

利用姿态约束的并联机器人运动学标定方法

任晓栋^{1,2}, 冯祖仁^{1,2}, 苏承平^{1,2}

(1. 西安交通大学系统工程研究所, 710049, 西安; 2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了提高并联机器人运动精度, 提出了一种利用姿态约束的运动学标定方法. 借助一个双轴倾角仪, 建立了机器人末端2个姿态角恒定约束, 根据这种约束构造了相应的辨识模型和标定算法. 标定算法得益于倾角仪重复精度和分辨率高于位置精度的特点, 不受其位置精度和量程的限制, 同时可避免施加机械约束给并联机器人主动关节带来特殊要求. 仿真计算表明, 在杆长测量精度为 $2\text{ }\mu\text{m}$ 、倾角仪重复精度为 0.001° 的条件下, 经过标定后并联机器人的位置精度可达 0.1 mm , 姿态精度可达 0.01° .

关键词: 姿态约束; 运动学标定; 并联机器人

中图分类号: TP242.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)12-1445-05

Method for Kinematic Calibration of Parallel Robots Using Orientation Constraint

REN Xiaodong^{1,2}, FENG Zuren^{1,2}, SU Chengping^{1,2}

(1. Systems Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. State Key Laboratory of Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A new calibration method using orientation constraint is presented to improve the accuracy of parallel robots. With the use of a commercial biaxial inclinometer, two attitude angles of the end-effector are kept constant at different measurement configurations. The corresponding calibration algorithm is built through the orientation constraint. Instead of positioning accuracy, repeatability and resolution of the inclinometer are used to construct the orientation constraint, and the measurement range of the inclinometer has no effect on the calibration method. Moreover, the actuators of the parallel robots do not need to operate in passive mod because the orientation constraint is not constructed by the mechanical locking device. Simulation results show that the position accuracy and the orientation accuracy reach 0.1 mm and 0.01° , respectively, with measurement precision on leg lengths of $2\text{ }\mu\text{m}$ and repeatability on inclinometer of 0.001° .

Keywords: orientation constraint; kinematic calibration; parallel robots

精度是评价并联机器人工作性能的一项重要指标. 运动学标定通过准确辨识机器人的机构参数来修正控制器中的模型参数, 能够在不增加并联机器人制造成本的条件下, 有效提高运动精度.

现有的并联机器人运动学标定方法可以分为外部标定法和自标定法2大类. 外部标定法需要借助外部传感器直接或者间接地检测末端位姿信息全

集^[1]或者子集^[2-4]. 这类方法原理简单, 但要获取高精度的位姿信息非常困难, 通常需要借助代价昂贵的检测设备. 自标定方法则无需检测末端位姿信息, 通常根据机器人内部冗余传感器的输出^[5]或者利用由机械装置产生的运动约束来构造相应的辨识模型^[6-7], 但缺点是内部传感器的安装无法适用于已经建造的机构, 而施加机械约束通常需要机器人的主

动关节能够以被动模式工作. 尽管如此, 自标定方法的测量简单、代价小、易于实现在线精度补偿等优点, 仍吸引了众多学者在这一领域不断深入研究和拓展^[8-9].

本文在基于运动约束的标定方法研究基础上, 利用双轴倾角仪建立了并联机器人末端 2 个姿态角恒定约束. 据此约束, 构造了相应的辨识模型和标定算法, 分析了测量精度对标定结果的影响, 并进行了仿真验证.

1 标定方法描述

1.1 原理概述

利用姿态约束的并联机器人运动学标定方法, 其基本思想是: 在选择各测量位形处, 借助安装在机器人运动平台上的双轴倾角仪, 使运动平台坐标系相对于固定平台坐标系 x 轴、 y 轴的旋转角保持不变. 根据这一不变约束, 利用最小二乘原理建立机构参数辨识模型, 并采用非线性优化方法求解.

值得一提的是, 本文方法中的双轴倾角仪, 并非是用来进行精确倾角测量的, 而是作为指示器来判别不同测量位形下运动平台的 2 个姿态角是否保持恒定. 文献[3]曾提出利用 2 个倾角仪直接测量并联机器人运动平台相对于大地水平面的倾斜角, 并根据测量值与模型计算值之间的残差来建立辨识模型. 这种方法为了获得良好的标定效果, 要求倾角仪在具有较高位置精度的同时还应具有较大的量程. 对于一般商用倾角仪, 检测精度越高, 则测量范围越小, 即位置精度高与量程大不可兼得. 本文提出的标定方法, 影响标定结果的不是倾角仪的位置精度, 而是重复精度和分辨率, 且标定结果不受测量范围的影响. 此外, 由于姿态角恒定约束并不依靠机械锁定装置来实现, 因此并联机器人的末端自由度不受损失, 也不要求主动关节能够以被动模式工作.

1.2 可辨识的机构参数

在不失一般性的情况下, 本文以自行设计开发的 6 自由度并联机器人 XJ-HEXAS 为例, 来分析利用姿态约束的运动学标定方法. XJ-HEXAS 如图 1 所示, 它采用 Stewart 平台结构, 由 6 根可伸缩的驱动杆以并行方式通过虎克铰关节连接活动的上平台和固定的下平台. 依据通用的简化运动学模型, Stewart 平台式并联机器人的机构参数通常指的是, 上平台虎克铰(或球铰)关节的中心点在运动平台坐标系下的坐标、下平台虎克铰关节中心点在固定平台坐标系下的坐标及 6 根伸缩杆的固定杆长偏

差, 共计 42 个参数.

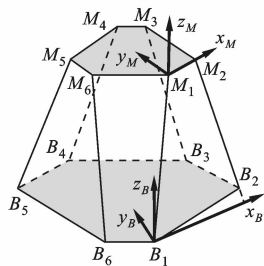
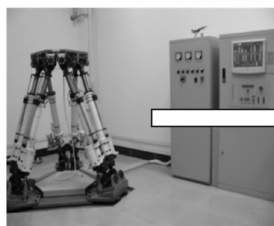


图1 并联机器人 XJ-HEXAS 及其坐标系

由于各种标定方法建立的辨识模型有所不同, 所以并非所有的机构参数都具有可辨识性. 本文方法从实际物理意义出发分析了机构参数的可辨识性, 即假设运动平台坐标系和固定平台坐标系发生平移和旋转变换, 以新生成的运动平台坐标系相对于新的固定平台坐标系能否使 2 个姿态角保持恒定来确定可以辨识的机构参数并建立适当的运动平台坐标系和固定平台坐标系. 本文坐标系如图 1 所示, 构建方式描述如下.

(1) 运动平台坐标系: 以 M_1 点为原点, x_M 轴经过 M_2 点, $x_M y_M$ 平面由 M_1 、 M_2 、 M_6 点确定.

(2) 固定平台坐标系: 以 B_1 点为原点, $x_B y_B$ 平面垂直于重力方向, B_2 点在 $x_B y_B$ 平面内的投影点与 B_1 点连线构成 x_B 轴.

根据构建的运动平台坐标系 $\{M_1\}$ 和固定平台坐标系 $\{B_1\}$, 机构参数 x_{M_1} 、 y_{M_1} 、 z_{M_1} 、 y_{M_2} 、 z_{M_2} 、 z_{M_6} 、 x_{B_1} 、 y_{B_1} 、 z_{B_1} 、 y_{B_2} 为 0, 所以可辨识的机构参数为 32 个.

1.3 标定算法

令 $\mathbf{x} = (x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma)^T$ 表示运动平台的位姿向量, 其中 x 、 y 、 z 为运动平台坐标系原点在固定平台坐标系中的位置坐标, α 、 β 、 γ 分别为运动平台坐标系绕固定平台坐标系 x_B 、 y_B 、 z_B 轴旋转的角度. 设并联机器人运动学正解的一般形式为

$$\mathbf{x} = F(\mathbf{l}, \boldsymbol{\eta}) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{l}$ 是杆长伸缩值向量; $\boldsymbol{\eta}$ 是机构参数向量.

将 α 和 β 作为建立不变约束的 2 个姿态角, 则有

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= f_\alpha(\mathbf{l}, \boldsymbol{\eta}) \\ \beta &= f_\beta(\mathbf{l}, \boldsymbol{\eta}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

将所选择的测量位形分为 s 组, 每组 t 个, 其中 $s, t \in \mathbf{N}$ 且 $s, t \geq 2$. 对于每组位形, 建立如下约束

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{i,j} &= \alpha_{i,j+1} \\ \beta_{i,j} &= \beta_{i,j+1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $i=1,2,\dots,s$; $j=1,2,\dots,t-1$.

在每个位形处通过测量可以得到杆长伸缩向量. 构造残差向量

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_{\alpha_1}^T \dots \mathbf{C}_{\alpha_s}^T \mathbf{C}_{\beta_1}^T \dots \mathbf{C}_{\beta_s}^T]^T \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{C}_{\alpha_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\alpha_i}^1 \\ \mathbf{C}_{\alpha_i}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{\alpha_i}^{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{i,2} - \alpha_{i,1} \\ \alpha_{i,3} - \alpha_{i,2} \\ \vdots \\ \alpha_{i,t} - \alpha_{i,t-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{\beta_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\beta_i}^1 \\ \mathbf{C}_{\beta_i}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{\beta_i}^{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{i,2} - \beta_{i,1} \\ \beta_{i,3} - \beta_{i,2} \\ \vdots \\ \beta_{i,t} - \beta_{i,t-1} \end{bmatrix}$$

对于真实的机构参数向量 $\boldsymbol{\eta}_r$, 有

$$\|\mathbf{C}\| = 0 \quad (5)$$

然而, 由于机构参数误差的存在, 式(5)通常并不成立, 因此需考虑用非线性最小二乘技术求解真实的机构参数. 定义代价函数

$$C_{\text{cost}} = \|\mathbf{C}\| = \sum_{i=1}^s \sum_{j=2}^t [(\alpha_{i,j} - \alpha_{i,j-1})^2 + (\beta_{i,j} - \beta_{i,j-1})^2] \quad (6)$$

这样, 可将机构参数辨识问题归结为调节 $\boldsymbol{\eta}$ 使得 C_{cost} 最小的非线性最小二乘优化问题, 再采用 Levenberg-Marquardt 算法求解.

1.4 测量精度的影响

考虑杆长测量精度和倾角仪重复精度对标定结果的影响, 姿态约束应为

$$\left. \begin{aligned} f_{\alpha}(\mathbf{l}_{i,j} + \Delta\mathbf{l}_{i,j}, \boldsymbol{\eta}) + \Delta\alpha_{i,j} &= f_{\alpha}(\mathbf{l}_{i,j+1} + \Delta\mathbf{l}_{i,j+1}, \boldsymbol{\eta}) \\ f_{\beta}(\mathbf{l}_{i,j} + \Delta\mathbf{l}_{i,j}, \boldsymbol{\eta}) + \Delta\beta_{i,j} &= f_{\beta}(\mathbf{l}_{i,j+1} + \Delta\mathbf{l}_{i,j+1}, \boldsymbol{\eta}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $\Delta\mathbf{l}_{i,j}$ 、 $\Delta\mathbf{l}_{i,j+1}$ 为杆长伸缩值的测量误差; $\Delta\alpha_{i,j}$ 、 $\Delta\beta_{i,j}$ 表示倾角仪重复精度.

令 $\boldsymbol{\eta}_n$ 为机构参数名义值向量, $\Delta\boldsymbol{\eta}$ 为机构参数真实值与名义值之间的差值向量, 并将 f_{α} 和 f_{β} 分别在 $(\mathbf{l}_{i,j}, \boldsymbol{\eta}_n)$ 、 $(\mathbf{l}_{i,j+1}, \boldsymbol{\eta}_n)$ 处做一阶近似, 则有下列式(8), 式中的 $\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \mathbf{l}}$ 、 $\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \boldsymbol{\eta}}$ 、 $\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \mathbf{l}}$ 、 $\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \boldsymbol{\eta}}$ 分别为姿态角 α 和 β 对杆长向量和机构参数向量的导数, 可以通过数值方法求解.

由式(8)可以看出, 在同组的相邻 2 个测量位形之间, 姿态倾角的差异由 3 个因素造成, 即杆长伸缩

$$\left. \begin{aligned} f_{\alpha}(\mathbf{l}_{i,j+1}, \boldsymbol{\eta}_n) - f_{\alpha}(\mathbf{l}_{i,j}, \boldsymbol{\eta}_n) &= \left(\frac{\partial f_{\alpha}(\mathbf{l}_{i,j}, \boldsymbol{\eta}_n)}{\partial \mathbf{l}} \right)^T \Delta\mathbf{l}_{i,j} - \left(\frac{\partial f_{\alpha}(\mathbf{l}_{i,j+1}, \boldsymbol{\eta}_n)}{\partial \mathbf{l}} \right)^T \Delta\mathbf{l}_{i,j+1} + \left(\left(\frac{\partial f_{\alpha}(\mathbf{l}_{i,j}, \boldsymbol{\eta}_n)}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right)^T - \left(\frac{\partial f_{\alpha}(\mathbf{l}_{i,j+1}, \boldsymbol{\eta}_n)}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right)^T \right) \Delta\boldsymbol{\eta} + \Delta\alpha_{i,j} \\ f_{\beta}(\mathbf{l}_{i,j+1}, \boldsymbol{\eta}_n) - f_{\beta}(\mathbf{l}_{i,j}, \boldsymbol{\eta}_n) &= \left(\frac{\partial f_{\beta}(\mathbf{l}_{i,j}, \boldsymbol{\eta}_n)}{\partial \mathbf{l}} \right)^T \Delta\mathbf{l}_{i,j} - \left(\frac{\partial f_{\beta}(\mathbf{l}_{i,j+1}, \boldsymbol{\eta}_n)}{\partial \mathbf{l}} \right)^T \Delta\mathbf{l}_{i,j+1} + \left(\left(\frac{\partial f_{\beta}(\mathbf{l}_{i,j}, \boldsymbol{\eta}_n)}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right)^T - \left(\frac{\partial f_{\beta}(\mathbf{l}_{i,j+1}, \boldsymbol{\eta}_n)}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right)^T \right) \Delta\boldsymbol{\eta} + \Delta\beta_{i,j} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

值的测量误差、倾角仪重复性误差和机构参数偏差. 可以从 2 个方面来考虑减小这 2 种测量误差的影响: 提高杆长测量精度和倾角仪重复精度; 优化选取测量位形, 目的是减小测量误差的放大倍数.

1.5 测量步骤

利用姿态约束标定方法无需获得并联机器人末端位姿信息, 仅需检测各测量位形下的杆长变化量, 其完整的测量步骤如下所述.

(1) 将双轴倾角仪安装在运动平台上, 移动运动平台至某一测量位形处, 调节位姿, 使倾角仪读数为 0, 再利用安装在主动关节上的传感器精确测量 6 个杆长的变化量.

(2) 重复步骤(1), 直至获得所需的同组位形.

(3) 在倾角仪和运动平台之间加装斜块, 改变倾角仪的安装姿态.

(4) 重复步骤(1)~步骤(3), 直至获得满足要求的测量位形.

在上述测量步骤中, 不断改变倾角仪的安装姿态是为了增加测量位形之间的差异, 减小辨识雅可比矩阵的条件数, 从而获得更好的标定结果.

2 仿真结果

以并联机器人 XJ-HEXAS 的设计参数作为机构参数的名义值, 在其上叠加随机分布于区间 $[-5 \text{ mm}, 5 \text{ mm}]$ 的误差作为机构参数的真实值, 名义值和真实值如表 1 和表 2 所示. 在标定前, 由机构参数误差导致的并联机器人末端位置误差为 9 mm, 姿态误差为 0.8° .

2.1 不考虑噪声的标定结果

若不考虑杆长测量噪声和倾角仪重复精度的影响, 选择 40 个测量位形, 并采用本文方法进行标定, 结果是: 机构参数的辨识精度为 10^{-10} m , 辨识出的机构参数与真实值的偏差如表 3 所示.

表 1 Stewart 平台机构参数名义值

伸缩杆 编号	1	2	3	4	5	6
x_{M_i}	0.000 0	0.768 7	0.825 5	0.441 2	0.327 5	-0.056 8
y_{M_i}	0.000 0	0.000 0	0.098 4	0.764 2	0.764 2	0.098 4
z_{M_i}	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
x_{B_i}	0.000 0	0.150 4	0.628 3	0.553 1	-0.402 7	-0.477 9
y_{B_i}	0.000 0	0.000 0	0.827 8	0.958 0	0.958 0	0.827 8
z_{B_i}	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
Δl_i	1.200 0	1.200 0	1.200 0	1.200 0	1.200 0	1.200 0

表 2 Stewart 平台机构参数真实值

伸缩杆 编号	1	2	3	4	5	6
x_{M_i}	0.000 0	0.763 7	0.829 5	0.443 6	0.323 3	-0.058 7
y_{M_i}	0.000 0	0.000 0	0.099 3	0.767 2	0.761 2	0.096 4
z_{M_i}	0.000 0	0.000 0	0.0020	0.005 0	-0.003 6	0.000 0
x_{B_i}	0.000 0	0.154 3	0.623 3	0.550 6	-0.406 8	-0.476 1
y_{B_i}	0.000 0	0.000 0	0.825 6	0.959 9	0.954 9	0.825 1
z_{B_i}	0.000 0	0.004 3	-0.005 0	0.003 0	0.004 9	0.004 0
Δl_i	1.203 7	1.198 1	1.205 0	1.196 3	1.202 6	1.196 9

仿真计算中将 40 个测量位形分为 10 组,每组中的 4 个测量位形满足式(3)约束.这些测量位形的构造如下:位置参数均匀分布在并联机器人的工作空间内, α 和 β 姿态角在 $\pm 20^\circ$ 范围内等间隔分布, γ 在同样的范围内均匀分布.标定方法中用到的杆长测量值,由机构参数真实值和各测量位形下的位姿参数通过运动学逆解计算获得.

2.2 考虑噪声的标定结果

为更好地模拟真实的标定环境,需要考虑杆长测量噪声和倾角仪重复精度对标定结果的影响.假设杆长的测量精度 ε_L 为 $2\text{ }\mu\text{m}$ 、 $20\text{ }\mu\text{m}$,杆长测量噪声是以零均值、幅值为 $\varepsilon_L/2$ 的均匀分布的随机噪声来模拟;倾角仪的重复精度 ε_R 为 0.01° 、 0.001° ,重复精度对标定方法的影响是以零均值、幅值为 $\varepsilon_R/2$ 的均匀分布的随机噪声来模拟.分别选取 40、60、80 个测量值来研究测量位形数目变化对标定结果的影响.与 2.1 节类似,将这些位形分为 10、15、20 组,每组中的 4 个测量位形满足式(3)约束.

在并联机器人工作空间中随机选择 200 个位形来测试标定结果,这些位形在标定过程中没有使用

过.图 2 给出了经本文方法标定后机器人位置误差、姿态误差的无穷范数最大值.从图 2 可以看出,提高杆长测量精度和倾角仪重复精度可有效改善标定结

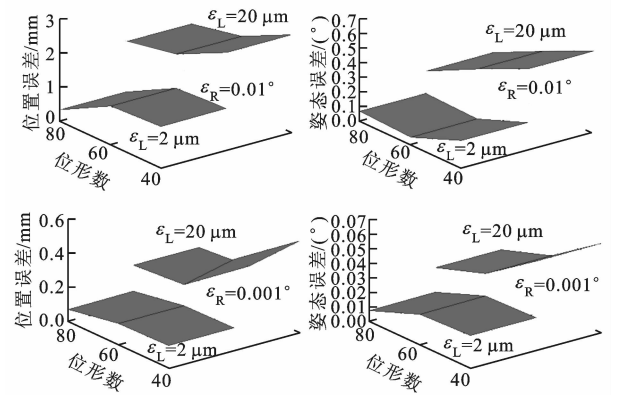


图 2 经标定后并联机器人的位姿误差

表 3 无噪声条件下 Stewart 平台机构参数辨识结果与真实值的偏差

伸缩杆 编号	1	2	3	4	5	6
x_{M_i}	0.000 0	-3.6×10^{-11}	-1.7×10^{-10}	-1.3×10^{-10}	-6.6×10^{-11}	-1.7×10^{-10}
y_{M_i}	0.000 0	0.000 0	1.3×10^{-10}	1.1×10^{-10}	-3.1×10^{-11}	1.7×10^{-10}
z_{M_i}	0.000 0	0.000 0	6.1×10^{-10}	3.2×10^{-10}	-2.4×10^{-10}	0.000 0
x_{B_i}	0.000 0	-3.6×10^{-11}	3.5×10^{-10}	-3.7×10^{-10}	-2.8×10^{-10}	-3.4×10^{-10}
y_{B_i}	0.000 0	0.000 0	7.1×10^{-10}	2.1×10^{-10}	-9.9×10^{-11}	-8.7×10^{-11}
z_{B_i}	0.000 0	-6.6×10^{-12}	-7.9×10^{-10}	1.0×10^{-11}	-2.3×10^{-11}	1.8×10^{-10}
Δl_i	-1.8×10^{-11}	-5.2×10^{-11}	-8.6×10^{-11}	-5.5×10^{-11}	-1.1×10^{-11}	-2.4×10^{-10}

果.当选用 80 个测量位形, $\varepsilon_R=0.001^\circ$ 且 $\varepsilon_L=2\text{ }\mu\text{m}$ 时,经过标定后并联机器人的位置误差可减小至 0.1 mm ,姿态误差可减小至 0.01° .此外,测量位形的增加也可以在一定程度上改善标定结果,但是效果有限.

图 3 给出了假定倾角仪位置精度和重复精度均为 0.001° 且杆长测量精度为 $20\text{ }\mu\text{m}$,本文方法与文献[3]方法的标定结果,可以看出两者较为接近.然而,考虑到实际测量中倾角仪的重复精度要高于位置精度,则本文方法的标定结果优于文献[3]方法.

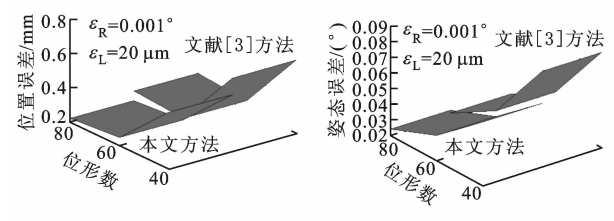


图 3 相同条件下 2 种标定方法结果比较

3 结 论

为寻求一种代价小、简单有效的方式以提高并联机器人运动精度,提出了利用双轴倾角仪来建立机器人末端 2 个姿态角的恒定约束,并据此约束构造辨识模型的标定方法. 倾角仪无需进行精确的角度测量,所以影响标定结果的是其重复精度和分辨率,标定方法也不受倾角仪测量范围的限制. 由于避免了使用机械锁定装置来建立约束,因此本文方法对机器人主动关节没有特殊要求,亦即适用于各类并联机构,同时仿真计算验证了所提方法的有效性. 进一步的研究将主要针对测量位形的优化选取及快速有效的伺服调节.

参考文献:

[1] RENAUD P, ANDREFF N, MARQUET F. Vision-based kinematic calibration of H4 parallel mechanism [C]//Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003:1191-1196.

[2] RAUF A, PERVEZ A, RYU J. Experimental results on kinematic calibration of parallel manipulators using a partial pose measurement device [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(2): 379-384.

[3] BESNARD S, KHAIL W. Calibration of parallel robots using two inclinometers [C]//Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1999: 1758-1763.

[4] 高猛,李铁民,唐晓强. 少自由度并联机床标定试验研究 [J]. 机械工程学报,2003,39(9): 118-122.

GAO Meng, LI Tiemin, TANG Xiaoqiang. Calibration experiment research of parallel kinematics machine with a few degrees [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(9):118-122.

[5] ZHUANG Hanqi, LIU Lixin. Self-calibration of a class of parallel manipulators [C]//Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1996: 994-999.

[6] KHALIL W, BESNARD S. Self calibration of Stewart-Gough parallel robots without extra sensors [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1999, 15(6):1116-1121.

[7] RAUF A, RYU J. Fully autonomous calibration of parallel manipulators by imposing position constraint [C]//Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2001: 2389-2394.

[8] BESNARD S, KHALIL W. Identifiable parameters for parallel robots kinematic calibration [C]//Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2001: 2859-2866.

[9] SOONS J A. On the geometric and thermal error of a hexapod machine tool [C] // Proceedings of USA-Europe Forum on Parallel Kinematic Machines, Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1999: 151-169.

(编辑 苗凌)